

# Nuclear Engineering and Design

**An International Journal  
devoted to the Thermal,  
Mechanical, Materials, and Structural Aspects of Nuclear Fission Energy**

Principal Editor: Stanley H. Fistedis

Editors: T.B. Belytschko, K. Kussmaul, R.T. Lahey, Jr., T.G. Theofanous

Associate Editor: A.H. Marchertas

Bibliothek

## CONTENTS

**Topical Issue on the 11th MPA-Seminar, Stuttgart, Fed. Rep. Germany,  
October 10 and 11, 1985**

Preface, *K. Kussmaul* i

### Dynamic loading

- The behaviour of dynamically loaded pipes with circumferential flaws under internal pressure and external bending loads, *D. Sturm, W. Stoppler and J. Schiedermaier* 99
- Analysis of flow induced valve operation and pressure wave propagation for single and two-phase flow conditions, *H. Nagel* 115
- The behaviour of WB 35 piping material under dynamic loading in the high speed tensile test, *D. Sturm, R. Zirn and R. Haas* 123
- Detection of crack initiation in fatigue precracked Charpy-type specimens, *F. Loibnegger, F. Salzmann and T. Varga* 139
- The influence of loading rate on fracture resistance of notched and precracked ISO-V specimens, *D. Aurich, R. Helms, H.J. Kühn and J. Ziebs* 149
- Advanced instrumented impact testing facility for characterization of dynamic fracture behaviour, *R. Rintamaa and C. Zimmermann* 159
- Yielding and fracture behaviour of ferritic steels in the transition region of quasistatic to dynamic loading, *W. Hesse, K. Brüninghaus and W. Dahl* 167
- Some studies of the response of pre-stressed containments for PWR to earthquakes, gas cloud explosions and aircraft crash, *T. Currie, R.J. Stubbs, J. Cripps and J. Miles* 173

### Strength and safety

- Creep rupture properties of heavy section, Type 304, stainless steel forging for LMFBR application, *H. Tsukada, K. Suzuki, I. Sato and R. Miura* 183
- Improvement in elevated temperature strength, hydrogen attack resistivity and stress relief cracking susceptibility of Cr-Mo steels, *T. Imanaka, S. Sato, K. Aso, J. Shimomura, S. Ueda, A. Ejima and N. Ohashi* 195

(continued on page 4 of cover)

LAST NUMBER OF THIS VOLUME



|                                                                                                                                                                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Stress analysis incorporating fracture mechanics and materials aspects for components under complex loading, <i>P.H. Hirt, N. Jaussi and M. Prodan</i>                                                                                                       | 209 |
| Provisions to prevent strain-induced corrosion cracking in ferritic piping systems of boiling water reactors, <i>M. Erve, W. Brettschuh, N. Henzel, H. Spörl and E. Lenz</i>                                                                                 | 217 |
| Pipe fracture safety analysis using limit load and <i>J</i> -integral techniques, <i>R.A. Hays, J.P. Gudas and M.G. Vassilaros</i>                                                                                                                           | 225 |
| Microanalytical examination of the oxides on fracture surfaces as a new method for failure analysis, <i>A. Seibold, S. Porner, H. Steinmill and H. Fisher</i>                                                                                                | 245 |
| <b>Crack arrest</b>                                                                                                                                                                                                                                          |     |
| Dynamic analysis of a crack-arrest specimen, <i>H. Stamm, B.R. Bass and C.E. Pugh</i>                                                                                                                                                                        | 255 |
| European experiences of the proposed ASTM test method for crack arrest toughness of ferritic materials, <i>T. Jutla, D.P.G. Lidbury, P.J. Worthington, J. Ziebs and C. Zimmermann</i>                                                                        | 269 |
| Moment modified compact specimen for measuring crack arrest toughness, <i>R.Y. Schonenberg and D.M. Norris</i>                                                                                                                                               | 277 |
| <b>Thermal transients</b>                                                                                                                                                                                                                                    |     |
| Application of the <i>J</i> -integral concept to thermal shock loadings, <i>J. Sievers and A. Höfler</i>                                                                                                                                                     | 287 |
| Some advances in fracture studies under the Heavy-Section Steel Technology program, <i>C.E. Pugh, W.R. Corwin, R.H. Bryan and B.R. Bass</i>                                                                                                                  | 297 |
| Analysis of the first MPA thermoshock experiment with TRAC, <i>F. Schmidt, B. Burger and R. Bisanz</i>                                                                                                                                                       | 313 |
| Calculation of thermoplastic stresses of a reactor pressure vessel with cladding from stress-relief annealing up to a thermal shock, <i>F. Baumjohann</i>                                                                                                    | 323 |
| Thermal mixing processes and RPV wall loads for HPI-emergency core cooling experiments in the HDR-pressure vessel, <i>L. Wolf, U. Schygulla, F. Görner and G.E. Neubrech</i>                                                                                 | 337 |
| Fracture mechanical assessment of cracks under cyclic thermal shock and operational conditions, <i>S. Krolow, P. Pfeffer and R. Stegmeyer</i>                                                                                                                | 363 |
| Interpretation of crack propagation events on the basis of acoustic emission signals and other non-destructive test results concerning cracks in a RPV nozzle under cyclic thermal shock loading, <i>G. Deuster, F. Walte, E. Washkies and G.E. Neubrech</i> | 381 |
| Results of probabilistic fracture mechanics analyses for pressurized thermal shock transients in the reactor pressure vessel of BIBLIS-B, <i>M. Geiß, L. Wolf, K. Fisher and H. Blume</i>                                                                    | 395 |
| Influence of cyclic temperature transients on the creep behaviour of heat exchanger tubes, <i>R. Zottmaier, H.H. Over, F. Schubert and H. Nickel</i>                                                                                                         | 403 |
| <b>Strain limitation</b>                                                                                                                                                                                                                                     |     |
| Technical and economical incentives behind strain limitation in piping, <i>E. Koch</i>                                                                                                                                                                       | 413 |
| Stress and strain considerations in the design of mechanical components in nuclear power plants, <i>R. Loreck and O. Schad</i>                                                                                                                               | 419 |
| Methods for estimating strain in structures – conditions, definitions, <i>B. Charalambus, K. Hartz, D. Blind and E. Roos</i>                                                                                                                                 | 427 |
| Strain estimation for external event loads, <i>K.A. Peters and K.A. Busch</i>                                                                                                                                                                                | 437 |
| Estimation of the behaviour of structures with localized nonlinearities using an ultimate state method, <i>J.D. Wörner</i>                                                                                                                                   | 441 |
| Comparison of dynamic test data with results of various analytical methods, <i>B. Charalambus, E. Haas and P. Mihatsch</i>                                                                                                                                   | 447 |
| Determination of cycle-dependent material properties for a design concept on the basis of limited plastic strains, <i>K.J. Kessler, G. Vasoukis, D. Blind and K. Maile</i>                                                                                   | 463 |
| Author index                                                                                                                                                                                                                                                 | 477 |
| Subject index                                                                                                                                                                                                                                                | 481 |
| Instructions to contributors                                                                                                                                                                                                                                 | 483 |

## STRESS ANALYSIS INCORPORATING FRACTURE MECHANICS AND MATERIALS ASPECTS FOR COMPONENTS UNDER COMPLEX LOADING

P.H. HIRT, N. JAUSSE and M. PRODAN

*MOTOR-COLUMBUS Consulting Engineers Inc., Baden, Switzerland*

Received December 1985

The title deals with a complex subject. Stress analysis with consideration of fracture mechanics and material properties is subject to research and development worldwide. A final answer is not possible. This is only an attempt to discuss the problem.

In the following, three examples are discussed. Due to the size of the problems, extensive use of references (with more detailed information) is made. The examples are: a pressure vessel nozzle, a disc with crack, and a thick walled vessel.

### 1. Introduction

The integrity of components such as pressure vessels and pipe work, are for chemical and nuclear power plants of upmost importance. For proof of the integrity such methods as stress analysis, fracture mechanics and probabilistic analysis are employed. The use of computers cannot be avoided. A variety of programs should be available, so that costs can be optimized.

The following three examples show the application of the methods stress analysis, fracture mechanics and probabilistic analysis as they are used by engineers [1–3] or in Research Institutes [4–6].

### 2. Example “pressure vessel nozzle”

A nozzle in the transition zone “shell/head” of a custom made heat exchanger was analyzed [2]. Due to geometry a three dimensional modelling was required. Fig. 1 shows the geometry of the model used for analysis. The model has 5500 three-dimensional, 8 nodal point elements or 7600 nodal points.

Eleven temperature transients of the cooling media sodium were conservatively reduced to five transients. The internal pressure of the secondary loop, connecting pipe loads and restraining forces had to be considered. The temperature fields were analyzed with the program system ANSYS, whereas for the stress analysis the program system NASTRAN was used. Fig. 2 and fig. 3 show the temperature and the stress distribution in a section of the body at a certain time of a transient.

The nonlinear characteristic of the heat transfer mechanism was considered in the thermal analysis.

The material used was steel X6 CrNi 1811 (1.4948).

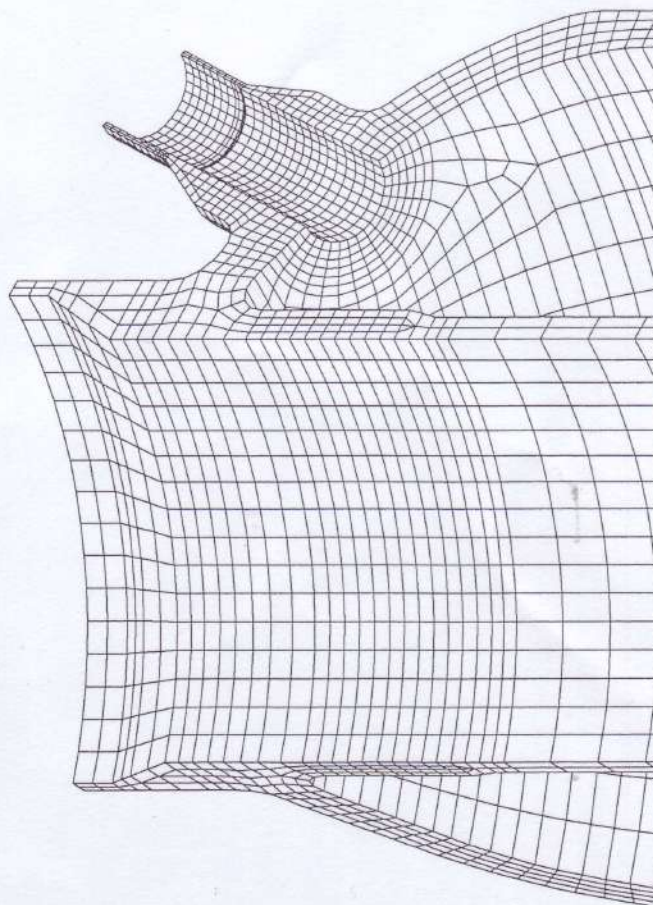


Fig. 1. Finite element mesh of the vessel nozzle.

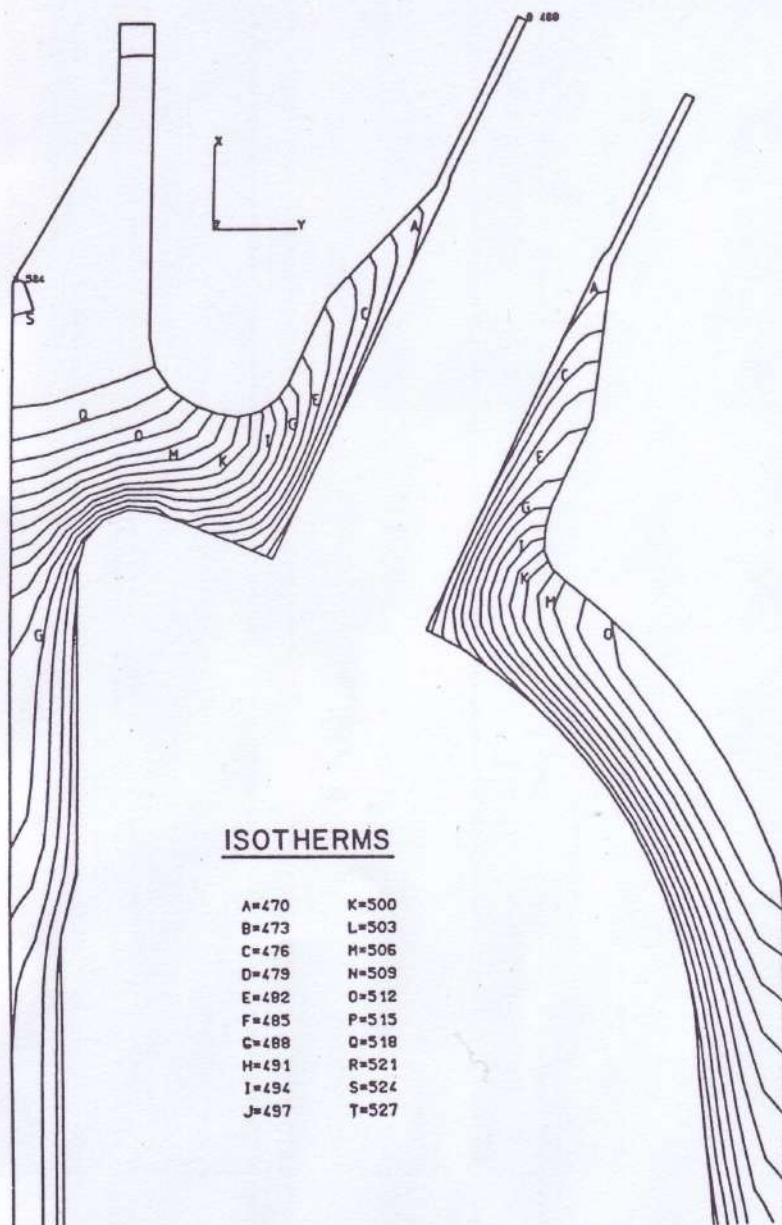


Fig. 2. Isotherms.

### 2.1. Stress limitations

Following the stress analysis load combinations (stress superpositions at the stress component level) were made and compared with the allowable stress limits of the ASME Code or the relevant code cases. The comparison of the allowable stresses was made with the help of the post processor CASAFE. Such a post processor is normally not available with general purpose FE-programs. The FE-analysis produces on each element node six stresses, three normal stresses and three shear stresses. For the code calculation these stresses

had to be added, averaged or linearized per stress component and then the principal stresses calculated. The stress intensities  $P_m$ ,  $P_m + P_b$  are differences between the three principal stresses.

The stress intensities were only calculated on previously selected locations (sections through the wall). CASAFE compares the following stresses with the allowables:

- primary stresses ( $P_m$ ,  $P_m + P_b$ ),
- creep (for wall temperature  $> 427^\circ\text{C}$  for austenite, an option in the program),
- stress range (primary and secondary stresses without

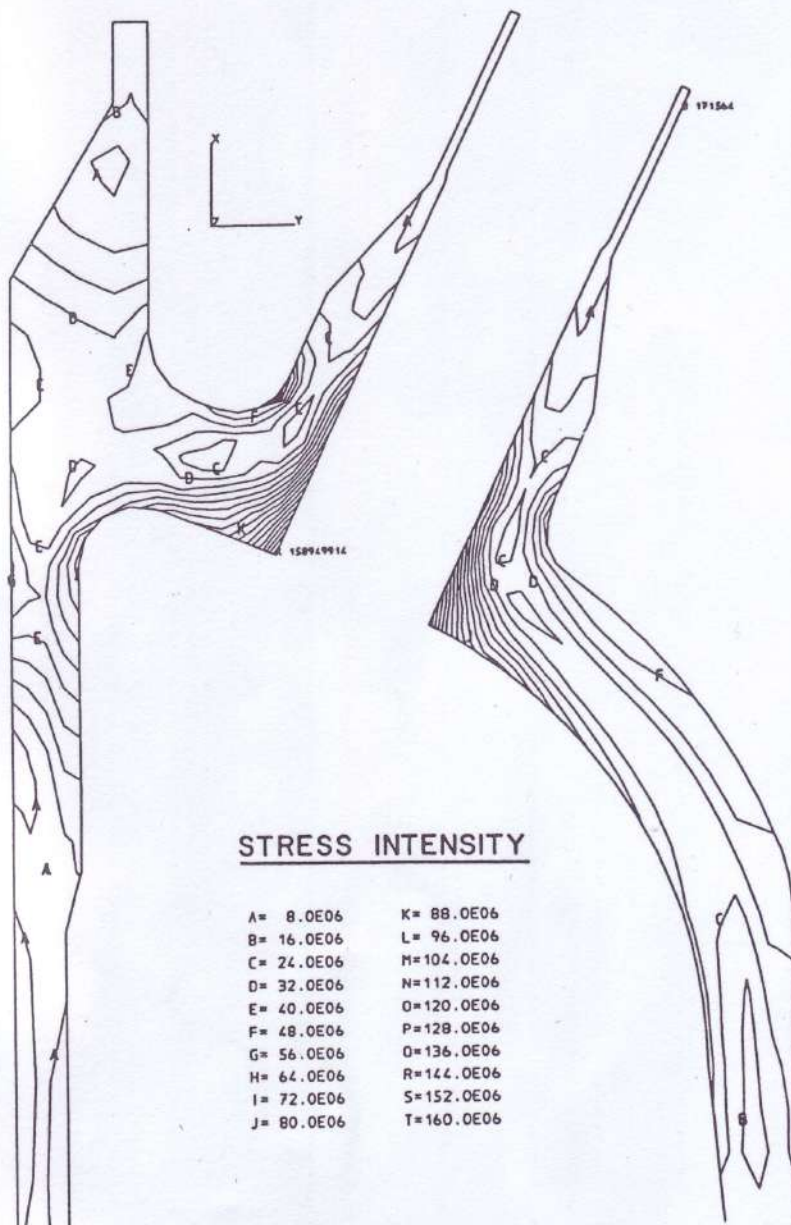


Fig. 3. Iso-stress intensities.

peak) and determination whether the  $K_e$ -factor is relevant,

– cumulative usage factor.

The stress limitations were not exceeded as table 1 shows. The symbols  $S_{zul1}$  and  $S_{zul2}$  are stress allowables,  $t_v$  and  $t_{vm}$  are operating hours or allowable operating hours for the actual stresses and are used for the creep evaluation.

Stress range/ $3S_m$  is calculated for the determination whether the  $K_e$ -factor is to be determined ( $K_e > 1$ ). It is used in the evaluation for the cumulative usage factor  $U$ .

## 2.2. Data processing

To allow for the data transfer from ANSYS to NASTRAN and to the post processor, the analysis was made with identical eight node three-dimensional elements.

The amount of data and data handling was large. Several hundred time steps and integration steps for the determination of the transient temperature distribution at 7600 nodes were necessary. For the determination of the stresses, again the 7600 nodes model was used, and on each node six stresses were determined. With 27

Table 1

| $P_m/S_{zul1}$ | $\frac{(P_m + P_b)}{S_{zul2}}$ | $t_v/t_{vm}$ | $\frac{\text{Stress range}^a}{3S_m}$ | $U$    |
|----------------|--------------------------------|--------------|--------------------------------------|--------|
| 0.36           | 0.24                           | 0.01         | 1.748                                | 0.1616 |

<sup>a</sup>  $K_c$ -factor = 3.33.

basic loads and the 30–40 load combinations, millions of data have to be processed. The data were managed with CASAFE.

Since the stress intensities were determined only in 150 predetermined sections of the FE-model, the data to be managed was substantially reduced. The 150 sections were fully evaluated in accordance with the design specification (ASME code, subsection NB and code cases). Load combinations are made by the program CASAFE. Therefore, loads were combined only on the 150 preselected sections.

The above discussed and in [2] extensively covered analysis of a 3-D-model pressure vessel nozzle was, together with another problem on the same vessel and in close location (lifting lug), within one half year completed with the costs in the range of SFr. 100 000.-. We believe that the costs are typical for the size of the problem. In ref. [5,6] a problem of comparable size is discussed.

### 3. Example “disc with surface crack”

A fracture mechanic analysis had to be performed on the disc with surface crack as a model for an engineering component. With the help of this example the value of fracture mechanics for stress analysis and safety analysis shall be demonstrated [4]. Fracture mechanics extends stress analysis such that cracked parts can be evaluated. Cracks represent singularities in stress and strain fields. The theory of fracture mechanics accepts parameters such as stress intensity factor  $K$  or the so-called  $J$ -integral to characterize the load condition in the vicinity of a crack. They are used to prove the safety margin to fracture with fracture mechanics analysis. Computer programs are already available to calculate  $K$  and  $J$  for a large number of crack types and load combinations.

How it is done is suggested by fig. 4. For this configuration the stress intensity factor  $K$  can be numerically determined as follows:

$$K = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\phi} F\left(\frac{a}{c}, \phi, \frac{a}{t}\right), \quad h/W \geq 1; c/W \leq 0.25; \quad (1)$$

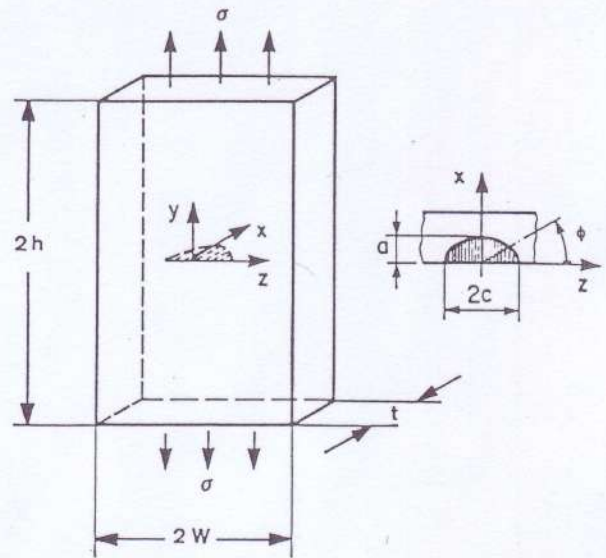


Fig. 4. Semi-elliptical surface crack in a tensile disc.

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \left( \sin^2 \phi + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi \right)^{1/2} d\phi. \quad (2)$$

The symbols of eqs. (1) and (2) are explained by fig 4. Values of the correction function  $F(a/c, \phi, a/t)$  are tabulated in table 2, based on 3-D linear elastic FE calculations by Raju and Newman. With an easy programmable 2-D Lagrange interpolation (program INTERP) the correction function  $F(a/c, \phi, a/t)$  can be calculated for values inbetween the values tabulated in table 2.

The practical importance of half elliptic surface cracks is based on its application when safety margins to brittle fracture, or stable crack growth due to fatigue, have to be evaluated. It is understood that a disc is a plate-like body, which is loaded perpendicular to its thickness. Similar results are also available for bent specimens (plates) with surface cracks and other typical cracks of plant components.

The results can be applied for the following problems: Determination of critical crack sizes, calculation of critical loads, determination of required toughness, prediction of undercritical crack growth and arrangements of tests.

The material used for the tests in ref. [4] is ferritic perlitic fine grain steel BH 43 W (St.E 43).

### 4. Example “thick walled container”

A probabilistic failure analysis had to be performed for a container carrying highly toxic contents [3]. In

Table 2

Values of the function  $F(a/c, \phi, a/t)$  based on 3-D linear elastic FE calculations by Raju and Newman

| $a/c$ | $a/t$ | $\phi$ [°] |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       |       | 0.00       | 11.25 | 22.50 | 33.75 | 45.00 | 56.25 | 67.50 | 78.75 | 90.00 |
| 0.20  | 0.20  | 0.617      | 0.650 | 0.754 | 0.882 | 0.990 | 1.072 | 1.128 | 1.161 | 1.173 |
| 0.40  | 0.20  | 0.767      | 0.781 | 0.842 | 0.923 | 0.998 | 1.058 | 1.103 | 1.129 | 1.138 |
| 0.60  | 0.20  | 0.916      | 0.919 | 0.942 | 0.982 | 1.024 | 1.059 | 1.087 | 1.104 | 1.110 |
| 1.00  | 0.20  | 1.174      | 1.145 | 1.105 | 1.082 | 1.067 | 1.058 | 1.053 | 1.050 | 1.049 |
| 2.00  | 0.20  | 0.821      | 0.749 | 0.740 | 0.692 | 0.646 | 0.599 | 0.552 | 0.512 | 0.495 |
| 0.20  | 0.40  | 0.724      | 0.775 | 0.883 | 1.009 | 1.122 | 1.222 | 1.297 | 1.344 | 1.359 |
| 0.40  | 0.40  | 0.896      | 0.902 | 0.946 | 1.010 | 1.075 | 1.136 | 1.184 | 1.214 | 1.225 |
| 0.60  | 0.40  | 1.015      | 1.004 | 1.009 | 1.033 | 1.062 | 1.093 | 1.121 | 1.139 | 1.145 |
| 1.00  | 0.40  | 1.229      | 1.206 | 1.157 | 1.126 | 1.104 | 1.088 | 1.075 | 1.066 | 1.062 |
| 2.00  | 0.40  | 0.848      | 0.818 | 0.759 | 0.708 | 0.659 | 0.609 | 0.560 | 0.519 | 0.501 |
| 0.20  | 0.60  | 0.899      | 0.953 | 1.080 | 1.237 | 1.384 | 1.501 | 1.581 | 1.627 | 1.642 |
| 0.40  | 0.60  | 1.080      | 1.075 | 1.113 | 1.179 | 1.247 | 1.302 | 1.341 | 1.363 | 1.370 |
| 0.60  | 0.60  | 1.172      | 1.149 | 1.142 | 1.160 | 1.182 | 1.202 | 1.218 | 1.227 | 1.230 |
| 1.00  | 0.60  | 1.355      | 1.321 | 1.256 | 1.214 | 1.181 | 1.153 | 1.129 | 1.113 | 1.107 |
| 2.00  | 0.60  | 0.866      | 0.833 | 0.771 | 0.716 | 0.664 | 0.610 | 0.560 | 0.519 | 0.501 |
| 0.20  | 0.80  | 1.190      | 1.217 | 1.345 | 1.504 | 1.657 | 1.759 | 1.824 | 1.846 | 1.651 |
| 0.40  | 0.80  | 1.318      | 1.285 | 1.297 | 1.327 | 1.374 | 1.408 | 1.437 | 1.446 | 1.447 |
| 0.60  | 0.80  | 1.353      | 1.304 | 1.265 | 1.240 | 1.243 | 1.245 | 1.260 | 1.264 | 1.264 |
| 1.00  | 0.80  | 1.464      | 1.410 | 1.314 | 1.234 | 1.193 | 1.150 | 1.134 | 1.118 | 1.112 |
| 2.00  | 0.80  | 0.876      | 0.839 | 0.775 | 0.717 | 0.661 | 0.607 | 0.554 | 0.513 | 0.496 |

fig. 5 the geometry and the most important dimensions are shown, fig. 6 shows the nomenclature and the assumptions made for the probabilistic analysis. The material assumed was cast steel GS 50.

#### 4.1. Probability of failure by buckling

The deterministic calculations are the basis of the following probabilistic analysis. The allowable maximum pressure  $p_{\text{buckl},z}$  was determined to be 400 bar. The actual external pressure  $p$  is 300 bar. The trivial criteria of non failure  $p \leq p_{\text{buckl},z}$  is satisfied.

For the probabilistic analysis the symbols of fig. 6

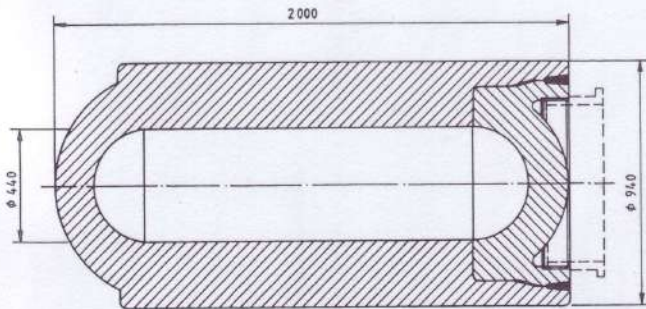


Fig. 5. Geometry of the thick-walled vessel.

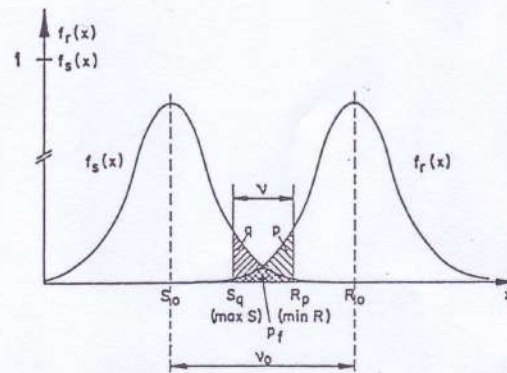


Fig. 6. Probability density functions of the load and the structural resistance with related notations.

- $S_0$  = mean value of the load, e.g. external pressure,
- $R_0$  = mean value of the resistance, e.g. buckling load,
- $S_q$  = "maximum" load acc. to the deterministic approach,
- $R_p$  = "minimum" resistance acc. to the deterministic approach,
- $p, q$  = fractions (see shaded areas),
- $v_0 = R_0/S_0$  = safety factor acc. to the mean values,
- $v = R_p/S_q$  = safety factor acc. to min  $R$ /max  $S$ ,
- $p_f$  = failure probability,
- $f_s(x)$  = probability density function of the load,
- $f_r(x)$  = probability density function of the resistance.

were used and the following assumptions were made:

$$R_0 = 2000 \text{ bar } (5 \times (p_{\text{buckl},z} = 400 \text{ bar})),$$

$$S_0 = 220 \text{ bar } (< p = 300 \text{ bar}),$$

$$\sigma_R = 220 \text{ bar } \left. \begin{array}{l} \text{standard deviations of } R \text{ and } S \\ \sigma_S = 50 \text{ bar } \end{array} \right\} \text{ (or } p_{\text{buckl},z} \text{ and } p).$$

The failure quotient  $p_f$  is calculated with the additional assumption of standard distribution and tabulated values from reference books.

$$p_f = \Phi \left( -\frac{R_0 - S_0}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) = \Phi(-7.9) = 0.15 \times 10^{-14}. \quad (3)$$

Eq. (3) is based on the general eqs. (4) and (5) where  $p_f$  is expressed by the integral

$$p_f = F_r(1) = P(R \leq S) = \int_0^\infty F_r(x) f_s(x) dx, \quad (4)$$

$$F_r(x) = P(0 < R \leq x) = \int_0^x f_r(\xi) d\xi. \quad (5)$$

The probability of failure  $F_1(t)$  in the time interval  $(0, t)$  is:

$$F_1(t) = 1 - \left[ \int_0^\infty \sum_{r=0}^\infty p_r(t) \{F_s(x)\}^r f_r(x) dx \right]. \quad (6)$$

With the help of the reduced equations derived from eq. (6)  $F_1(t)$  is calculated. The method is extensively explained in [3].

$$F_1(t) \approx 1 - (1 - p_f)^t, \quad (7)$$

$$F_1(t = 1000 \text{ y}) \approx 1.5 \times 10^{-12},$$

$$F_1(t) \approx 1 - \exp(-p_f t), \quad (8)$$

$$F_1(t = 1000 \text{ y}) \approx 1.5 \times 10^{-12}.$$

The quoted results are explained and commented in ref. [3]. Due to the extent of reasoning necessary only the remark to [3] shall be made that a probabilistic reliability analysis is difficult for two reasons:

- there is a variety of technical equipment to consider,
- each component is exposed to a variety of influences and mechanism which can lead to failure.

Failure data and statistics from the conventional pressure vessel industry were used for comparison with these theoretical results of the probabilistic analysis.

## 5. Discussion

Aspects of stress analysis, fracture mechanics and probabilistic failure of components have been discussed.

An attempt shall be made to connect these three analytical methods.

Even though only partial aspects have been considered, a general solution for the analysis of complex components seems possible.

It is obvious that these are not only partial problems but overall and interdisciplinary tasks.

A common problem is that a component is fully analyzed under the assumption of no flaws, but in the course of inspection, and after manufacturing, flaws are detected.

For the example of the pressure vessel nozzle, assuming a semi-elliptic crack, the large amount of time and money spent for the stress analysis is now useless.

Possible solution: The stress analysis is not without value, but it is not the only evaluation basis. It must be combined with fracture mechanics. But the so-called influence (correction) functions, which are necessary for calculating the fracture mechanics parameter such as  $K$  and  $J$ , are more complex than in the case of the relative simple configuration of the disc. Also, the material aspects must be expanded to include  $K$  and  $J$ .

The following methods are possible:

- (1) Hand calculations with diagrams and tables from fracture mechanics handbooks, codes and regulations or other references.
- (2) New calculations of the relevant fracture mechanics parameter such as  $J$  and  $K$  with expensive computer programs, a de facto new analysis of the already analyzed components.

The application of the results is to some extent doubtful. In practice it is generally felt that repair is better than the existence of some small flaws.

Another connection would be between the fracture mechanics example (disc) and the probabilistic analysis (thick walled vessel). The question in this case would be: how to proceed in the case of a flaw in the thick walled vessel? The solution in this case is the so-called probabilistic fracture mechanics, developed from reliability analysis and deterministic fracture mechanics.

## References

- [1] CASAFE (Component Analysis Stress and Fatigue Evaluation) User's Manual of the Computer Program, developed by Motor-Columbus (marketed by FIDES), Baden and Zürich (1985).
- [2] A. Huber, N. Jaussi and N.K. van Waveren, Nonlinear thermal analysis, stress analysis and code verification of SNR-300 heat exchanger nozzle and suspension structure, Proceedings 8th SMiRT Conference, Paper E 1/5, Brussels, 1985.

M. Prodan, Failure and non-failure probability of a buried thick-walled vessel, Proceedings 8th SMiRT Conference, Paper M1J 1/5, Brussels, 1985.

M. Prodan, Ein bruchmechanisch abgestütztes Verfahren zur Bestimmung des Ermüdungsverhaltens bauteilähnlicher Scheiben, EMPA-Report Nr. 213, Dübendorf (1983).  
HDR-Stutzen A2, Temperaturverlauf und Thermospan-

nungen für rotations-symmetrisches Modell, EIR-Reports Nos. TM-32-83-39 and -84-19, Würenlingen (1983 and 1984).

- [6] HDR-Sicherheitsprogramm, Gemeinschaftsbericht No. 3, Stutzen A2, Temperatur- und Spannungsverläufe infolge Thermoschock, Würenlingen (April 1985), (Motor-Columbus also contributed to these reports).

FESTIGKEITSANALYSEN UNTER BERUECKSICHTIGUNG VON BRUCHMECHANIK UND  
WERKSTOFFASPEKTEN FUER ANLAGENBAUTEILE BEI KOMPLEXER BELASTUNG

Stress Analysis Incorporating Fracture Mechanics and Materials  
Aspects for Components Under Complex Loading

P. H. Hirt, N. Jaussi, M. Prodan

MOTOR-COLUMBUS Ingenieurunternehmung AG  
Baden/Schweiz

11. MPA-Seminar, 1985

# Festigkeitsanalysen unter Berücksichtigung von Bruchmechanik und Werkstoffaspekten für Anlagenbauteile bei komplexer Belastung

P. H. Hirt, N. Jaussi, M. Prodan

MOTOR-COLUMBUS Ingenieurunternehmung AG  
Baden/Schweiz

## ZUSAMMENFASSUNG

Der Titel spricht eine verwickelte Thematik an. Das Thema "Festigkeitsanalyse unter Berücksichtigung von Bruchmechanik und Werkstoffaspekten" ist weltweit Gegenstand von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten. Es kann dementsprechend in diesem Referat nicht abschliessend behandelt werden. Es soll vielmehr versucht werden, einen Beitrag zur Diskussion obiger Problematik zu leisten.

Der Vortrag befasst sich mit drei Beispielen zu dem im Titel genannten Problemkomplex. Dazu werden eigene und Gemeinschaftsarbeiten benutzt. Wegen der Fülle der behandelten Fragen wird eine kondensierte Darstellung mit Hinweisen auf Referenzen geboten. Die Beispiele sind ein Behälterstutzen, eine sogenannte bauteilähnliche Scheibe, und ein dickwandiger Behälter.

## 1. EINFUEHRUNG

Von besonderer Bedeutung für die Sicherheit von Nuklear- und Chemieanlagen ist die Integrität ihrer Komponenten, d. h. Behälter, Rohrleitungen und anderer Anlagenelemente. Beim mechanischen Nachweis dieser Integrität bzw. der Festigkeit werden u. a. die Methoden der Spannungsanalyse, der probabilistischen Zuverlässigkeitsanalyse und der Bruchmechanik benutzt. Der Einsatz von Computerprogrammen ist dabei unumgänglich. Je nach Art und Grösse des Problems sollten aus Kostengründen die angewendeten Programme (FEM/Schalen) optimal ausgewählt werden. Dem Ingenieur muss also heute eine Palette von Programmen für eine angepasste, optimale Lösung der Aufgaben zur Verfügung stehen.

Im folgenden wird anhand dreier Beispiele gezeigt, wie Spannungsabsicherungen, probabilistische Analysen und Bruchmechanik auf druckführende Komponenten von Ingenieuren angewendet werden, sei es in einer Ingenieurunternehmung [1 - 3], sei es in Versuchs- und Forschungsanstalten [4, 5].

## 2. BEISPIEL BEHAELTERSTUTZEN

Es stellte sich die Aufgabe, eine Spannungsanalyse durchzuführen. Gegenstand war eine Nuklearkomponente, ein Stutzen und der Uebergang zum Aussenmantel und Zentralrohr eines speziellen Wärmetauschers [2]. Der Stutzen schliesst sich schräg der Behälterwand an (nicht rotationssymmetrisch), wodurch eine dreidimensionale Modellierung notwendig war. Fig. 1 zeigt die Geometrie des Rechenmodells. Mit diesem Finite-Elemente-(FE-)Modell, bestehend aus 5500 dreidimensionalen 8-Knoten-Elementen oder aus rund 7600 Knoten, wurde eine Festigkeitsanalyse erstellt. Hierbei wurde von einem reduzierten Belastungspaket ausgegangen. 11 instationäre Transienten der Temperaturen des Kühlmittels Natrium wurden durch 5 spannungsmässig abdeckende Transienten eingegrenzt. Innendruck infolge des Sekundärkreislaufes, Rohrkräfte und Verspannkräfte aus dem Gesamtwärmetauscher waren zu erfassen. Die Berechnungen der Stahlstrukturteile wurden mit den Programmsystemen ANSYS (Temperaturfelder) und NASTRAN (Spannungs- und Verschiebungsfelder) ausgeführt. Für einen einzelnen herausgegriffenen Zeitpunkt einer Temperaturtransiente zeigen Fig. 2 und 3 in einem Längsschnitt die Isothermen und Iso-spannungen (zweifache Tresca-Spannungen). Aus den sog. Grundlastfällen wurden Lastkombinationen erstellt. Bei der Temperaturberechnung waren die nichtlinearen Abhängigkeiten der Wärmeübertragungsmechanismen an der Strukturoberfläche und in der Struktur zu berücksichtigen. Der Werkstoff war der Stahl X6 CrNi 1811 (1.4948).

### 2.1 Spannungsabsicherung

Im Anschluss an die Spannungsanalyse musste der Nachweis erbracht werden, dass die errechneten Spannungen innerhalb der von ASME-Code und anderen Regelwerken vorgeschriebenen Grenzen liegen. Diese Absicherung der Spannungen wurde mit einem dreidimensionalen Absicherungsprogramm CASAFE gemäss ASME-

Code, Section III, Class 1, Subsection NB-3000 "Design" und Code Case N-47-22 "Class 1 Components in Elevated Temperature Service" vorgenommen [1, 2]. Ein Nachlaufprogramm wie CASAFE steht im allgemeinen bei den FE-Standard-Programmen nicht zur Verfügung. Die FE-Berechnungen lieferten an jedem Elementknoten 6 Spannungen, nämlich 3 Normalspannungen und 3 Schubspannungen. Für die Absicherung gemäss den Regelwerken mussten diese in den massgebenden Schnitten in einen Membran- ( $P_m$ )- und einen Biegeteil ( $P_b$ ) zerlegt werden, was eine vorgängige Linearisierung der Spannungsverteilung über die Schalendicke notwendig machte.

Die eigentliche Absicherung mit CASAFE erfolgte für die folgenden Spannungs- bzw. Versagensarten:

- Primär- (d. h. nicht selbstlimitierende)spannungen
- Zeitstandsfestigkeit (weil die Wandtemperatur der Komponente über 427 °C (800 °F) lag) (für Austenite)
- Progressive Deformation und kumulatives Versagen (Primär- und Sekundärspannungen), (Ermüdung). Die zulässigen Grenzwerte nach den Regelwerken wurden überall eingehalten, wie dies die nachstehende Zusammenstellung der grössten Werte zeigt:

Tabelle 1

| $P_m / S_{zul1}$ | $\frac{P_m + P_b}{S_{zul2}}$ | $t_v / t_{vm}$ | $\frac{\text{Spannungs-Schwingbreite}^*}{3 S_m}$ | U      |
|------------------|------------------------------|----------------|--------------------------------------------------|--------|
| 0.36             | 0.24                         | 0.01           | 1.748                                            | 0.1616 |

\*  $K_e$ -Faktor = 3.33

Die Symbole  $S_{zul1}$  und  $S_{zul2}$  bezeichnen zulässige Spannungen (Stoffwerte), das Verhältnis von  $t_v$  und  $t_{vm}$  ein Zeitverhältnis im Hinblick auf Kriechen (Zeitstandsfestigkeit), Spannungs-Schwingbreite/ $3 S_m$  bedeutet ein fiktives Spannungsverhältnis mit Einfluss auf die Ermittlung von U, und U bezeichnet den ermüdungsbedingten Schadenakkumulations-Faktor ( $U = \text{Usage Factor}$ ).

## 2.2 Datenverarbeitung - zeitliche Projektabwicklung

Um eine direkte Datenübertragung von ANSYS in NASTRAN und weiter zum Postprozessor zu ermöglichen, erfolgten die thermischen und mechanischen Berechnungen mit identisch diskretisierten FE-Modellen.

Die Aufgabe war aus der Sicht der Datenmenge bzw. ihrer Verarbeitung, der Informatik, umfangreich. Man bedenke nur: Mehrere hundert Zeitschritte und Integrationsschritte bei der nichtlinearen Berechnung der instationären Temperaturtransienten, Temperaturen jeweils bei 7600 Knoten. Bei den Spannungsberechnungen waren es wiederum 7600 Knoten à 6 Spannungskomponenten, 3 Hauptspannungen und 3 Verschiebungskomponenten. Bei 27 Grundlastfällen und den daraus erstellten 30 - 40 Lastkombinationen handelte es sich also um Millionen von Daten, die verarbeitet werden mussten. Dies besorgte im wesentlichen das Nachlaufprogramm CASAFE.

Die Datenreduktion erfolgte z. B. dadurch, dass die Verhältnisse bei 150 Durchstosslinien des FE-Grossmodells, auch Schnitte genannt, untersucht wurden. In engere Betrachtung kamen dann die in Membran- und Biegeanteile zerlegten Spannungen entlang der Schalendicke bei diesen 150 Durchstosslinien; und die Schlussresultate, gegeben in Tabelle 1, bestehen eigentlich aus 5 Zahlenwerten. CASAFE ermöglichte u. a. die Erstellung der Lastkombinationen, d. h., es musste dafür nicht ein Postprozessor, z. B. von ANSYS, benutzt werden. Im Klartext heisst das, es musste also nicht ein mit hohen Kosten verbundenes FE-Programmsystem für die Lastkombinationen betätigt werden. Die Lastkombinationen wurden nur für die Knoten bei den uns interessierenden Schnitten erstellt (bei unserem Beispiel 150 Schnitte x 3 bis 4 Knoten ~ 500 Knoten anstatt der Gesamtknotenzahl von 7600 mit einem ANSYS-Postprozessor).

Die hier besprochenen und in [2] ausführlicher publizierten Berechnungen des dreidimensionalen Behälterstutzens konnten zusammen mit den anderen Aufgaben (Hebeöse) innert Halbjahresfrist abgewickelt werden und bedeuteten Kosten in der

Grössenordnung von  $10^5$  sFr. Wir glauben, dass mit diesem Aufwand ungefähr auch bei anderen ähnlich gelagerten Aufgaben und anderen Berechnern zu rechnen ist. Referenz [5] enthält die Berechnungen eines zweidimensionalen (rotationssymmetrischen) Stutzens mit ADINAT und ADINA, die sich an einem Forschungsinstitut über eine längere Zeitspanne erstrecken konnten und auch mit höheren Kosten verbunden waren. Letztere Resultate bilden selbst beim heutigen Stand erst Referenzwerte für später geplante detaillierte dreidimensionale Berechnungen.

### 3. BEISPIEL BAUTEILÄHNLICHE SCHEIBE MIT OBERFLÄCHENRISS

Hier stellte sich die Aufgabe, eine bruchmechanische Analyse durchzuführen. Anhand dieses Beispiels soll versucht werden, die Bedeutung der Bruchmechanik in der Festigkeits- oder Sicherheitsanalyse von Bauteilen zu diskutieren [4]. Die Bruchmechanik erweitert die Festigkeitsanalyse für Teile mit Rissen. Risse bedeuten Singularitäten in den Spannungs- und Verschiebungsfeldern. Die Theorie der Bruchmechanik, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann, erlaubt Parameter, wie z. B. den Spannungsintensitätsfaktor  $K$  oder das sog. J-Integral zur Charakterisierung des Belastungszustandes von Rissen zu berechnen. Diese werden bei Nachweis der Bruch-sicherheit durch bruchmechanische Analysen benutzt. Auch hierzu gibt es heute Computerprogramme, die die Berechnung von  $K$  und  $J$  für zahlreiche Risskonfigurationen und Lastfälle erlauben.

Wie diese geschieht, sei anhand von Fig. 4 angedeutet. Für diese Konfiguration kann der Spannungsintensitätsfaktor  $K$  numerisch berechnet werden:

$$K = \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi a}}{\Phi} \quad F\left(\frac{a}{c}, \phi, \frac{a}{t}\right) \quad h/W > 1; c/W < 0,25 \quad (1)$$

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \left( \sin^2 \phi + \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \phi \right)^{1/2} d\phi \quad (2)$$

Die Symbole von Gleichungen (1) und (2) sind mit Hilfe von Fig. 4 zu entschlüsseln. Werte der Korrekturfunktion  $F(a/c, \phi, a/t)$  sind nach dreidimensionalen, linear-elastischen FE-Berechnungen von Raju und Newman in Tabelle 2 enthalten. Eine leicht programmierbare zweidimensionale Lagrange-Interpolation (Programm INTERP) liefert die Korrekturfunktion  $F(a/c, \phi, a/t)$  auch für alle dazwischenliegenden Fälle, die in Tabelle 2 nicht direkt angegeben sind.

Im speziellen möchte man auf die Praxisrelevanz des halb-elliptischen Oberflächenrisses hinweisen. Der halbelliptische Oberflächenriss kommt in den bruchmechanischen Konzepten überall (z. B. ASME-Code) vor, wo die Sicherheit einer Anlagenkomponente, z. B. gegen Sprödbruch, die Möglichkeiten eines stabilen Risswachstums, z. B. infolge Ermüdung usw., beurteilt werden müssen. Unter Scheibe wird bei diesem Beispiel ein plattenähnlicher Körper verstanden, der durch Kräfte senkrecht zur Dicke beansprucht wird. Selbstverständlich liegen aber ähnliche Resultate auch für biegebeanspruchte Platten mit Oberflächenriss und andere typische Risskonfigurationen der Anlagenkomponenten vor.

Die Ergebnisse können für folgende Aufgaben eingesetzt werden: Bestimmung kritischer Rissgrößen; Berechnung kritischer Belastungen; Ermittlung der erforderlichen Zähigkeiten; Voraussagen des unterkritischen Risswachstums und Aufstellung von Prüfanordnungen.

Als Werkstoff für die im Rahmen der Referenzarbeit [4] gemachten Experimente diente der ferritisch-perlitische Feinkornbaustahl BH 43 W (St. E. 43).

#### 4. BEISPIEL DICKWANDIGER BEHAELTER

Hier stellte sich die Aufgabe, eine probabilistische Versagensanalyse durchzuführen. Diese Aufgabe beschäftigt uns im Zusammenhang mit der Versagensanalyse und Versagenswahrscheinlichkeit von Behältern, die für die Lagerung von gefährlichen Stoffen vorgesehen sind [3]. Fig. 5 zeigt die Geometrie des Behälters mit den wichtigsten Abmessungen, Fig. 6 die Nomenklatur

und die Annahmen, die für die probabilistische Analyse getroffen wurden. Als Werkstoff wird Stahlguss GS 40 verwendet.

#### 4.1 Versagenswahrscheinlichkeit infolge Einbeulens

Vorangegangene deterministische Berechnungen bildeten die Grundlage für die probabilistische Analyse. Dabei wurde als zulässiger Druckwert  $p_{beul,z} = 400$  bar ermittelt. Die tatsächlich auftretende Belastung wurde als Aussendruck  $p = 300$  bar festgelegt. Ein triviales Kriterium des Nichtversagens  $p < p_{beul,z}$  wird mit diesen Werten erfüllt.

Bei der probabilistischen Analyse werden mit den Bezeichnungen von Fig. 6 folgende Annahmen getroffen:

$$\begin{aligned} R_0 &= 2000 \text{ bar } (5 \times (p_{beul,z} = 400 \text{ bar})) \\ S_0 &= 220 \text{ bar } (< p = 300 \text{ bar}) \\ \sigma_R &= 220 \text{ bar} \\ \sigma_S &= 50 \text{ bar} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} R_0 &= 2000 \text{ bar} \\ S_0 &= 220 \text{ bar} \\ \sigma_R &= 220 \text{ bar} \\ \sigma_S &= 50 \text{ bar} \end{aligned}} \right\} \text{Streuungen von R und S (bzw. } p_{beul,z} \text{ und } p)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  berechnet sich mit der weiteren Annahme von Normalverteilungen und mit Tafelwerten aus einschlägigen Nachschlagewerken zu

$$p_f = \Phi \left( - \frac{R_0 - S_0}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right) = \Phi (-7,9) = 0,15 \cdot 10^{-14} \quad (3)$$

Formel (3) stammt von den allgemeinen Gleichungen (4) und (5), worin  $p_f$  durch ein Faltungsintegral ausgedrückt wird:

$$p_f = F_v(1) = P(R < S) = \int_0^\infty F_r(x) \cdot f_s(x) dx \quad (4)$$

$$F_r(x) = P(0 < R < x) = \int_0^x f_r(\xi) d\xi \quad (5)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Versagens  $F_1(t)$  im Zeitintervall  $(0, t)$  ist:

$$F_1(t) = 1 - \left[ \int_0^\infty \sum_{r=0}^\infty p_r(t) \left\{ F_s(x) \right\}^r \cdot f_r(x) dx \right] \quad (6)$$

Mit Vereinfachungen, die in [3] ausführlicher diskutiert werden, wird  $F_1(t)$  mit den aus Gleichung (6) herleitbaren einfacheren Gleichungen berechnet:

$$F_1(t) \approx 1 - (1 - p_f)^t \quad (7)$$

$$F_1(t = 1000 \text{ Jahre}) \approx 1,3 \cdot 10^{-12}$$

$$F_1(t) \approx 1 - \exp(-p_f \cdot t) \quad (8)$$

$$F_1(t = 1000 \text{ Jahre}) \approx 1,3 \cdot 10^{-12}$$

Die hier zitierten Resultate werden in Ref. [3] näher erläutert und kommentiert. Aus Umfangsgründen sei hier nur ein Hinweis auf [3] gegeben und die allgemeine Anmerkung gemacht, dass die probabilistische Zuverlässigkeitsanalyse im wesentlichen durch zweierlei Arten von Umständen erschwert wird:

- sie hat verschiedenartige technische Einrichtungen zum Gegenstand, und
- schon eine von diesen Einrichtungen allein ist mehreren verschiedenartigen Einflüssen und Mechanismen bezüglich Versagen (wirkliches oder hypothetisches) ausgesetzt.

Aus dem nichtnuklearen Behälterbau wurden noch in der Originalarbeit einige verfügbare Schadens- bzw. Versagensstatistiken zu Vergleichszwecken mit den theoretischen Resultaten der probabilistischen Analyse aufgeführt.

## 5. DISKUSSION

Nachdem einige Fragmente des Problemkomplexes Auslegung von Anlagenkomponenten diskutiert worden sind, sei versucht, auf gewisse Querverbindungen zwischen diesen Fragmenten hinzuweisen.

Obwohl der vorliegende Beitrag nur auf einige Teilaspekte - Darstellung von Einzelbeispielen - ausgerichtet ist, vermag er auch allgemein Lösungsansätze für die Analyse komplexer Bauteil- und Belastungskonfigurationen zu liefern.

Nicht zu verkennen ist, dass es sich nicht bloss um Teilprobleme handelt, sondern um ganzheitliche und interdisziplinäre Aufgabenstellungen.

In der Praxis stellt sich oft die Problematik, dass sich ein vorher im fehlerfreien Zustand berechnetes Bauteil nach der Fertigung als fehlerbehaftet erweist. Nehmen wir das Beispiel Behälterstützen und stellen wir uns vor, dass dort ein Riss von halbelliptischer Form der Art von Beispiel Scheibe vorliegt. Ist jetzt unsere mit grossem Aufwand berechnete Spannungsanalyse wertlos? Müssen wir reparieren - oder die Komponente als Ausschuss betrachten?

Lösungsvariante: Die Spannungsanalyse ist nicht wertlos, nur nicht mehr allein aussagefähig. Sie muss mit der Bruchmechanik kombiniert werden. Aber die sogenannten Einfluss-(Korrektur-)Funktionen, die zur Berechnung der zusätzlich notwendig gewordenen bruchmechanischen Parameter wie  $K$  oder  $J$  erforderlich sind, sind komplexer als bei der relativ einfachen Konfiguration "Scheibe". Auch die Werkstoffaspekte müssen bezüglich  $K$  und  $J$  erweitert werden.

Hierzu sehen wir grundsätzlich zwei Möglichkeiten:

1. Ingenieurmässige Handrechnungen mit Diagramm- und Tabellenwerten aus bruchmechanischen Handbüchern, Regelwerken und sonstigen Referenzen
2. Durchführung von neuen Berechnungen der relevanten bruchmechanischen Parameter wie  $J$  und  $K$  mit kostspieligen Computerprogrammen, d. h. eine quasi Neuberechnung der zuerst nur spannungsmässig berechneten Komponenten.

Gewisse Unsicherheit besteht in der Anwendung von den Erkenntnissen. In der Praxis herrscht im allgemeinen das Ge-

fühl, dass Reparieren besser ist als Belassen von kleinen Fehlern.

Eine andere Art von Querverbindung wäre diejenige zwischen der bruchmechanischen (Beispiel Scheibe) und der probabilistischen Analyse (Beispiel dickwandiger Behälter). Die zusätzliche Fragestellung würde in diesem Fall lauten: Wie geht man mit der probabilistischen Analyse des dickwandigen Behälters vor, wenn in der Behälterwand ein Riss vorliegt? Zur Lösung dieser Aufgabe ist die sogenannte probabilistische Bruchmechanik, entstanden aus der Zuverlässigkeitsanalyse und der deterministischen Bruchmechanik, heranzuziehen.

#### LITERATUR

- [1] CASAFE (Component Analysis Stress and Fatigue Evaluation) Benutzer-Handbuch des von Motor-Columbus in Zusammenarbeit mit dem FIDES-Rechenzentrum entwickelten Nachprozessors für Spannungsanalysen. Baden und Zürich, 1985
- [2] Huber, A./Jaussi, N./van Waveren, N. K.: Nonlinear Thermal Analysis, Stress Analysis and Code Verification of SNR-300 Heat Exchanger Nozzle and Suspension Structure. Proceedings 8th SMIRT Conference, Paper E 1/5, Brussels, 1985
- [3] Prodan, M.: Failure and Non-Failure Probability of a Buried Thick-Walled Vesel. Proceedings 8th SMIRT Conference, Paper M1J 1/5, Brussels, 1985
- [4] Prodan, M.: Ein bruchmechanisch abgestütztes Verfahren zur Bestimmung des Ermüdungsverhaltens bauteilähnlicher Scheiben EMPA-Bericht Nr. 213, Dübendorf, 1983
- [5] HDR-Stutzen A2, Temperaturverlauf und Thermospannungen für rotations-symmetrisches Modell. EIR-Mitteilungen Nr. TM-32-83-39 und -84-19, Würenlingen, 1983 und 1984 HDR-Sicherheitsprogramm, Gemeinschaftsbericht Nr. 3, Stutzen A2, Temperatur- und Spannungsverläufe infolge Thermoschock, Würenlingen, April 1985 (Motor-Columbus beteiligt)

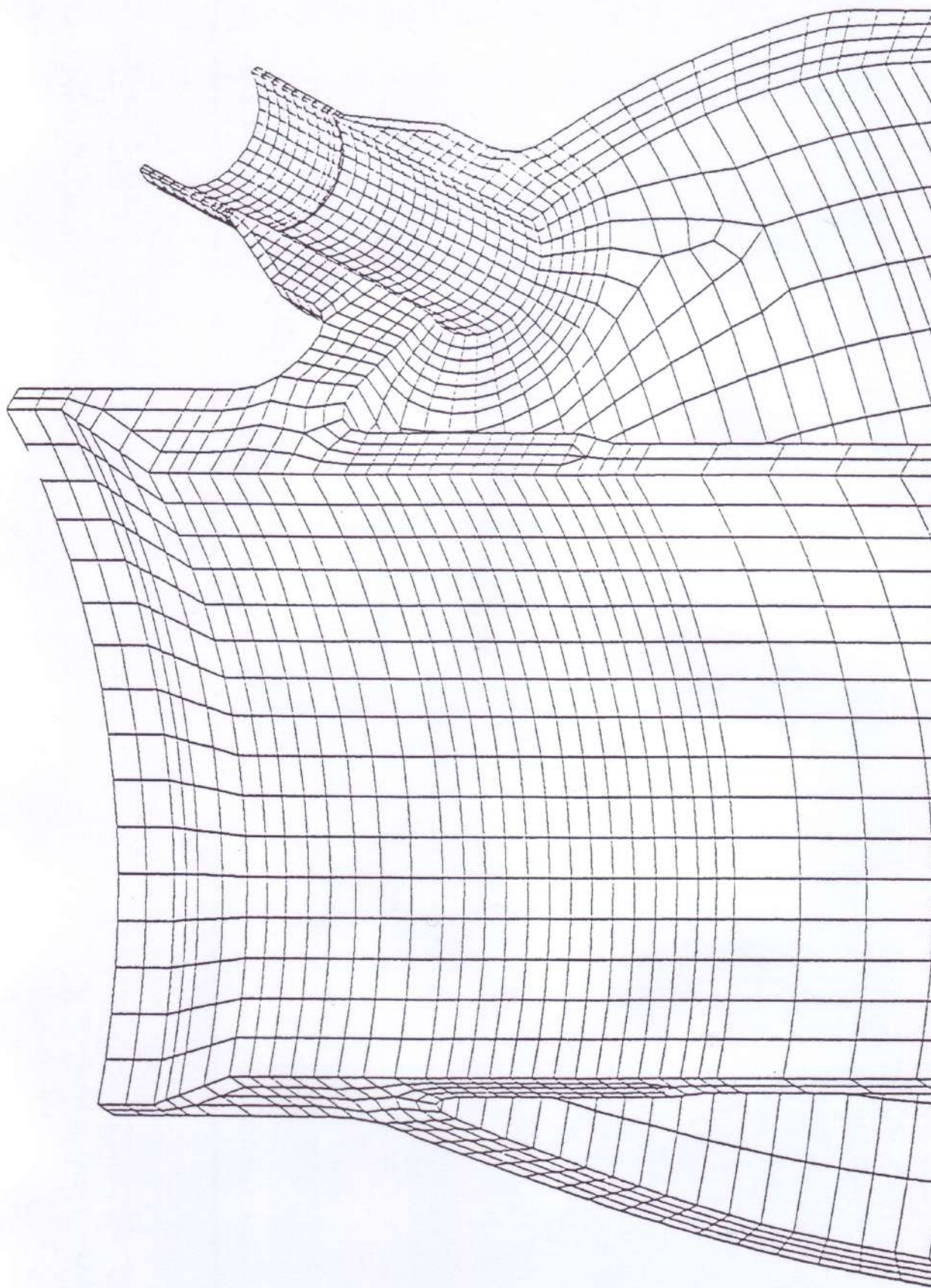
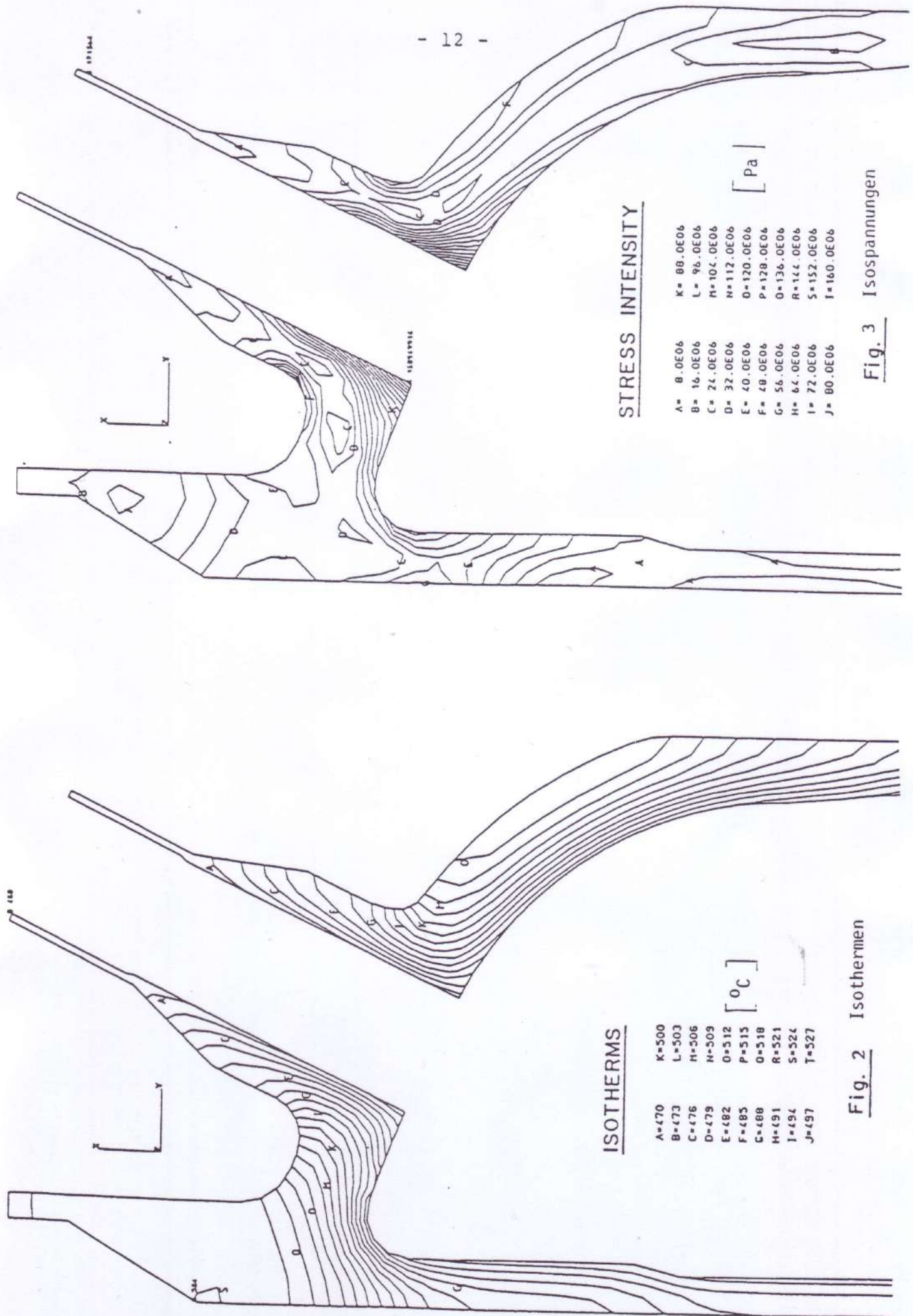


Fig. 1: Ausschnitt aus dem FE-Modell



### ISOTHERMS

|       |       |
|-------|-------|
| A=470 | K=500 |
| B=473 | L=503 |
| C=476 | H=506 |
| D=479 | N=509 |
| E=482 | O=512 |
| F=485 | P=515 |
| G=488 | Q=518 |
| H=491 | R=521 |
| I=494 | S=524 |
| J=497 | T=527 |

[°C]

### STRESS INTENSITY

|            |            |
|------------|------------|
| A= 8.0E06  | K= 88.0E06 |
| B= 16.0E06 | L= 96.0E06 |
| C= 24.0E06 | M=104.0E06 |
| D= 32.0E06 | N=112.0E06 |
| E= 40.0E06 | O=120.0E06 |
| F= 48.0E06 | P=128.0E06 |
| G= 56.0E06 | Q=136.0E06 |
| H= 64.0E06 | R=144.0E06 |
| I= 72.0E06 | S=152.0E06 |
| J= 80.0E06 | T=160.0E06 |

[Pa]

Fig. 2 Isothermen

Fig. 3 Isospannungen

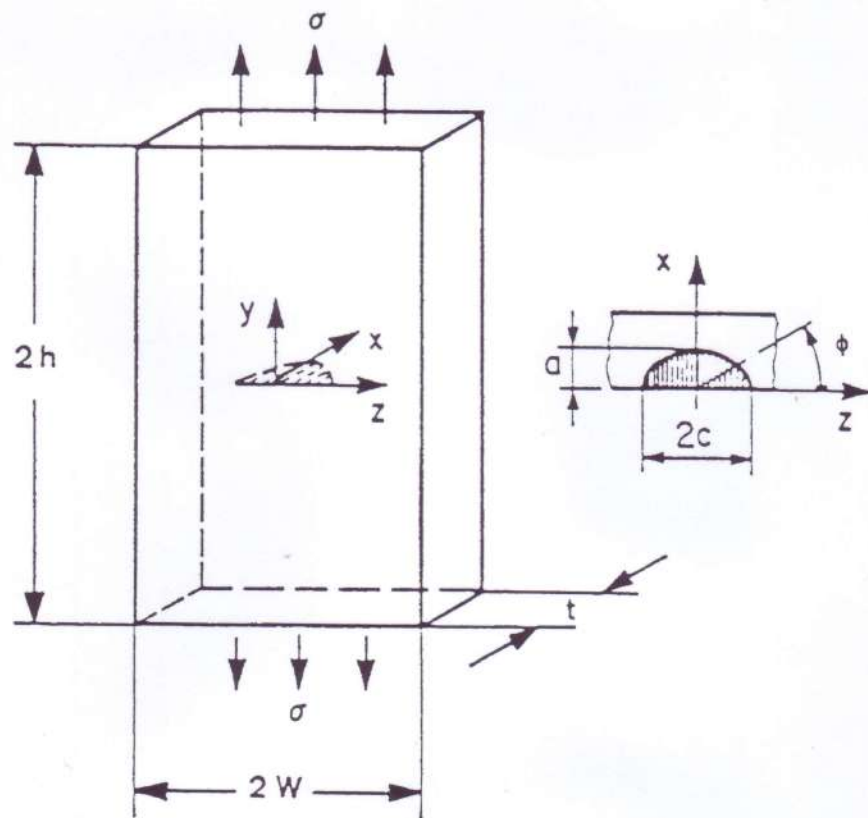


Fig. 4: Halbelliptischer Oberflächenriss in einer auf Zug beanspruchten Scheibe



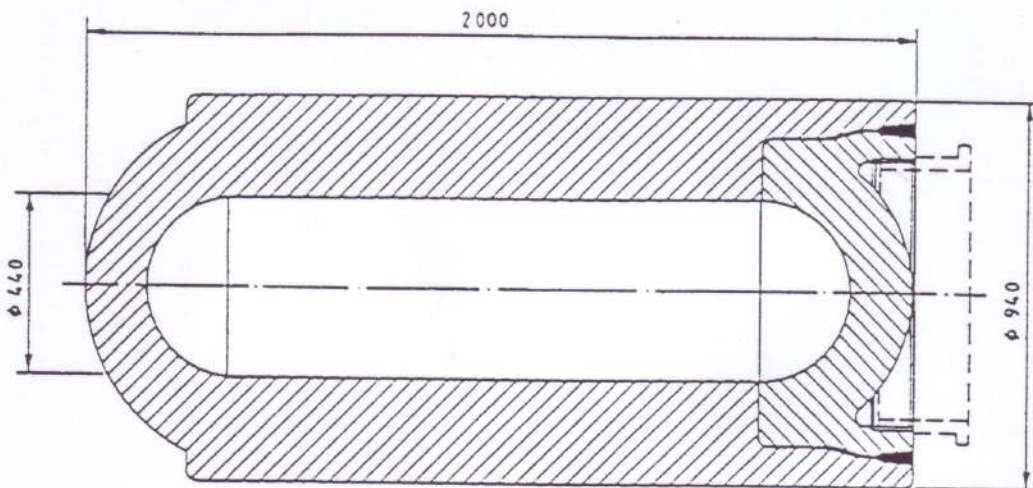
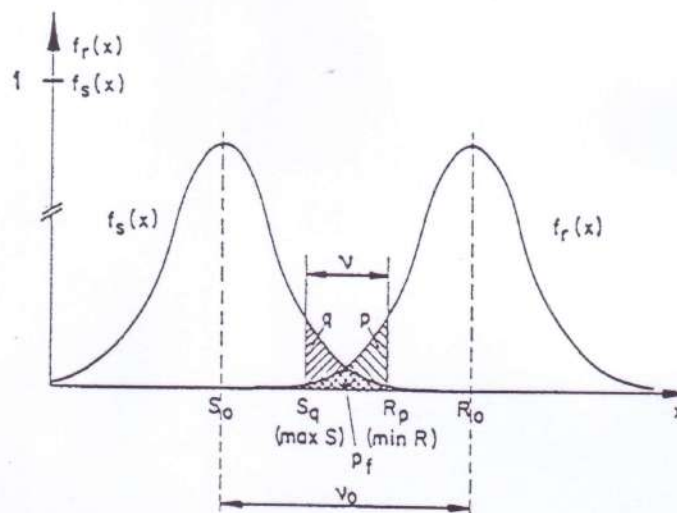


Fig. 5: Der dickwandige Behälter



- $S_0$  - Mittelwert der Last, z. B. Aussendruck
- $R_0$  - Mittelwert der Festigkeit, z. B. Druck b. Einbeulen
- $S_q$  - "maximale" Last
- $R_p$  - "minimale" Festigkeit
- $p, q$  - Fraktilien
- $v_0 = R_0/S_0$  - zentraler Sicherheitsfaktor
- $v = R_p/S_q$  - Sicherheitsfaktor
- $p_f$  - Versagenswahrscheinlichkeit
- $f_s(x)$  - Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Last
- $f_r(x)$  - Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Festigkeit

Fig. 6: Darstellung der Versagenswahrscheinlichkeit mit dazugehörigen Bezeichnungen